5.

首先注意到因子 A,C,D 在原始實驗的實驗區間分別爲

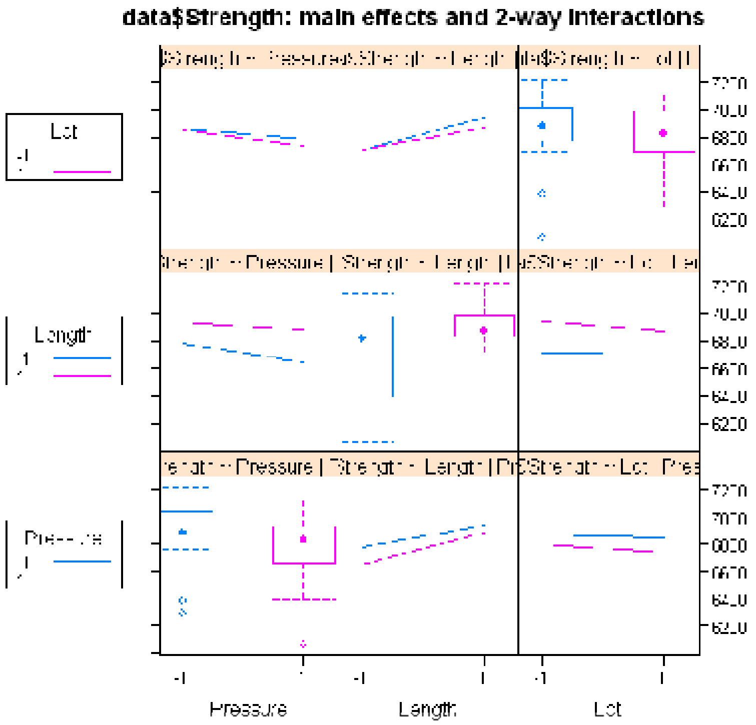
A:1100~1700, C:18~27, D: (P74,P75,P76)。

而新的實驗因子 A,C,D 的實驗區間分別爲

A:1600~1800, C:22~24, D: (P74,P78)。

其中因子 C 在新實驗的實驗區間是被包含在舊實驗的實驗區間，因子 A 的區間有稍微重疊，而因子 D 是類別變數，只有 P74 這個水準與之前一樣。對於因子 D 在舊實驗的分析結果無法帶給新實驗任何資訊，因爲舊的水準並沒有 P78。而對因子 A，由於兩個實驗的實驗區間不相同且只重疊一小段區域，故在舊實驗顯著的效應也未必在新實驗會顯著。因子 C 的實驗區間在新實驗縮小了，而舊實驗分析出顯著的效應是針對較大的實驗區間。若是受限於小的實驗區間，效應的大小未必會超過標準誤，因此 C 的效應有可能會變成不顯著。

Strength Analysis

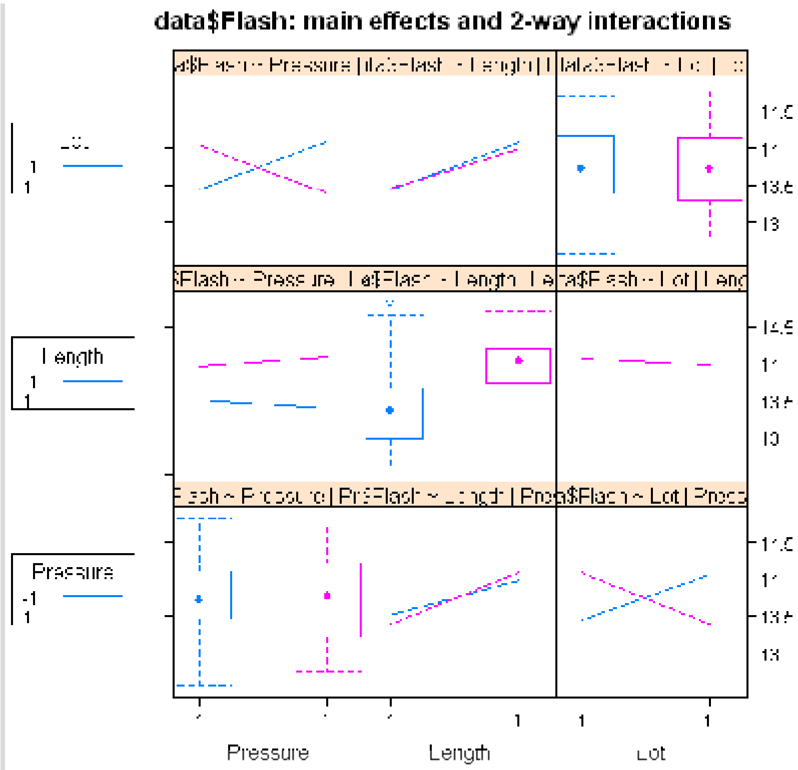


從圖上看不到任何明顯的趨勢，故主效應與二階交互作用可能都是不顯著的。接著配適 Model: *Strength~A+C+D+A:C+A:D+C:D+A:C:D*

```
Call:
lm(formula = data$Strength ~ Pressure * Length * Lot, data = data.frame(design))

Residuals:
   Min      1Q Median      3Q     Max 
-631.7 -111.7    3.5   172.3   448.3 

Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)          6809.12      62.72 108.564   <2e-16 ***
Pressure              -46.71      62.72  -0.745    0.467    
Length                 99.04      62.72   1.579    0.134    
Lot                   -16.29      62.72  -0.260    0.798    
Pressure:Length        19.54      62.72   0.312    0.759    
Pressure:Lot          -10.13      62.72  -0.161    0.874    
Length:Lot            -18.88      62.72  -0.301    0.767    
Pressure:Length:Lot    44.29      62.72   0.706    0.490    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 307.3 on 16 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1931,	Adjusted R-squared:  -0.16 
F-statistic: 0.5469 on 7 and 16 DF,  p-value: 0.787
```

放了所有的效應時 R^2=0.193 且所有效應都不顯著，由於此 model matrix 是直交的，故 fitted model 爲 $Y_{Strength}$=6809.12。放入所有效應的 model 只解釋了 Strength 19.3%的變異，因此可推論有其他具有影響力的變數未納入考慮。注意到 C 的主效應估計值仍是所有效應中最大的，但由於實驗區間往內縮的關係，導致這個效應無法在現有的實驗誤差下凸顯出來，因此在分析中變得不顯著。

Flash Analysis



1. Length 有一遞增的效應
2. Flash 與 Lot 有一交互作用，且其主效應都不明顯。

Model: *Flash~A+C+D+A:C+A:D+C:D+A:C:D*

```
Call:
lm(formula = data$Flash ~ Pressure * Length * Lot, data = data.frame(design))

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.57667 -0.29583 -0.05167  0.25417  0.83667

Coefficients:
                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)         13.7416667  0.0936703 146.702  < 2e-16 ***
Pressure            -0.0008333  0.0936703  -0.009  0.99301
Length               0.2875000  0.0936703   3.069  0.00734 **
Lot                 -0.0225000  0.0936703  -0.240  0.81322
Pressure:Length      0.0583333  0.0936703   0.623  0.54222
Pressure:Lot        -0.3250000  0.0936703  -3.470  0.00316 **
Length:Lot          -0.0266667  0.0936703  -0.285  0.77954
Pressure:Length:Lot  0.1408333  0.0936703   1.503  0.15219
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4589 on 16 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6024,    Adjusted R-squared:  0.4285
F-statistic: 3.464 on 7 and 16 DF,  p-value: 0.01876
```

放了所有的效應時 R^2=0.602，由於此 model matrix 是直交的，故 fitted model 爲 Y_{Flash}=13.74+0.28*C-0.325*A:D。在考慮 effect heredity principle 下，會將 D 也納入 fitted model，故 final fitted model 爲 Y_{Flash}=13.74+0.28*C-0.022*D-0.325*A:D。此 model R^2=0.534，解釋了 Flash 53.4%的變異，可能有其他具有影響力的變數未納入考慮。

由以上的分析可發現結果與舊實驗截然不同，由於兩個實驗的實驗區間不一樣，故這個結果並不令人意外。

<u>9.</u>

(a)

此 design 的 generator 爲

$$B=CE$$

$$D=ACE$$

$$F=A^2CE$$

defining relation: $I=BC^2E^2=ACD^2E=AC^2E^2F$

defining contrast subgroup：

$I=BC^2E^2=ACD^2E=AC^2E^2F=ABD^2=AB^2C^2D^2E^2=ABCEF=AB^2F=ADF^2=CDEF=AB^2CDEF^2=BCD^2EF^2=BDF=ABC^2DE^2F^2$

(b)

由 defining contrast subgroup 可得

$\mathbf{AC}=ABE^2=A^2C^2D^2E=A^2E^2F=A^2BCD^2=A^2B^2D^2E^2=A^2BC^2EF=A^2B^2CF=A^2CDF^2=AC^2DEF=A^2B^2C^2DEF^2=ABC^2D^2EF^2=ABCDF=A^2BDE^2F^2=A^2BE^2\mathbf{=D^2E}=CE^2F=BC^2D^2=B^2CD^2E^2=BEF=B^2C^2F=C^2DF^2=A^2DEF=B^2DEF^2=A^2BD^2EF^2=A^2BC^2DF=BCDE^2F^2$

$\mathbf{AC^2}=ABCE^2=A^2D^2E=A^2CE^2F=A^2BC^2D^2=A^2B^2CD^2E^2=A^2BEF=A^2B^2C^2F=A^2C^2DF^2=ADEF=A^2B^2DEF^2=ABD^2EF^2=ABC^2DF=A^2BCDE^2F^2=A^2BE^2=C^2D^2E\mathbf{=E^2F}=BCD^2=B^2D^2E^2=BC^2EF=B^2CF=CDF^2=A^2C^2DEF=B^2C^2DEF^2=A^2BC^2D^2EF^2=A^2BCDF=BDE^2F^2$

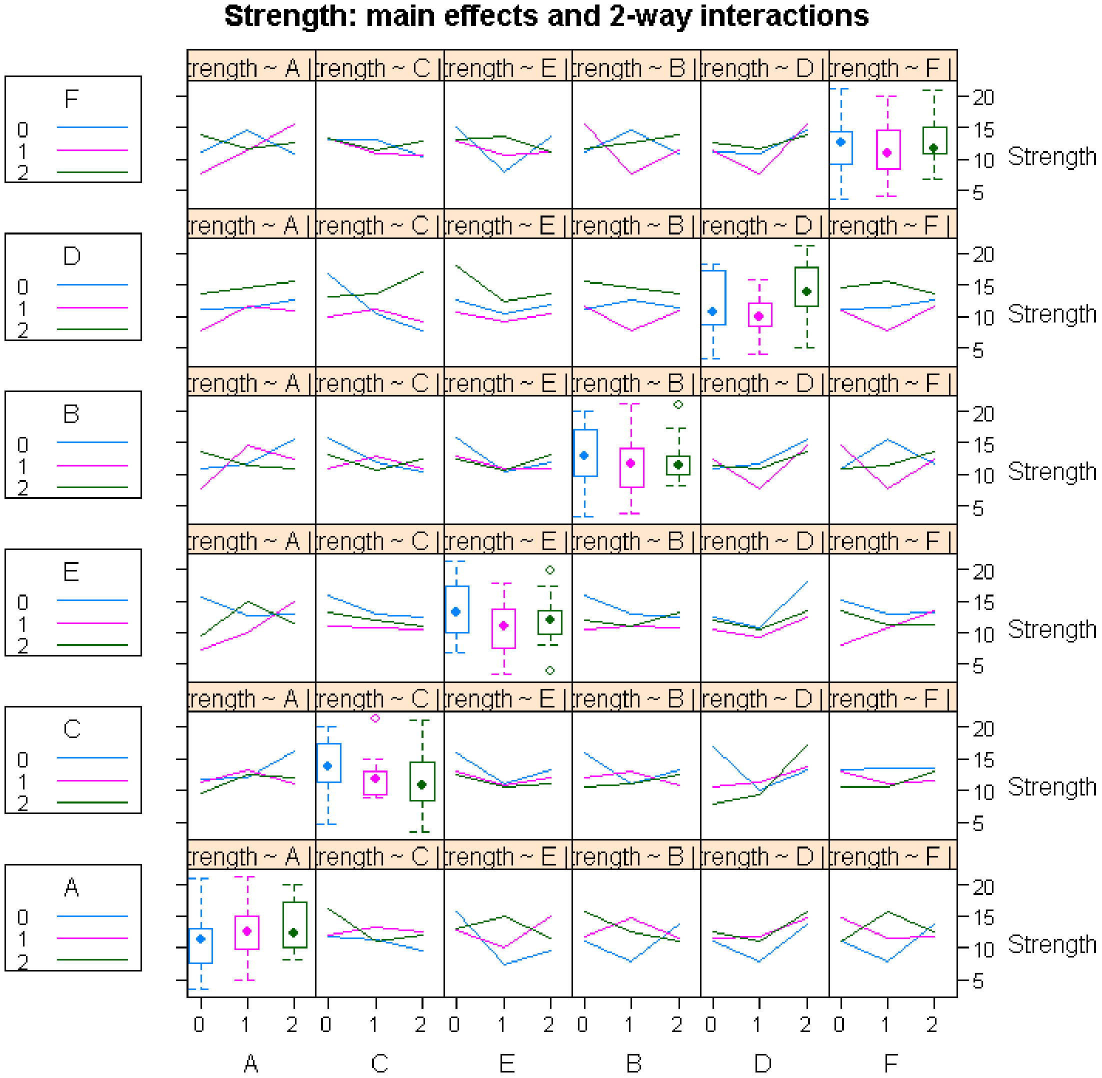
$\mathbf{AE}=ABC^2=A^2CD^2E^2=A^2C^2F=A^2BD^2E=A^2B^2C^2D^2=A^2BCE^2F=A^2B^2EF=A^2DEF^2=ACDE^2F=A^2B^2CDE^2F^2=ABCD^2E^2F^2=ABDEF=A^2BC^2DF^2=A^2BC^2E\mathbf{=CD^2}=C^2EF=BD^2E^2=B^2C^2D^2E=BCF=B^2E^2F=DE^2F^2=A^2CDF=B^2CDF^2=A^2BCD^2F^2=A^2BDE^2F=BC^2DEF^2$

$\mathbf{AE^2}=ABC^2E=A^2CD^2=A^2C^2EF=A^2BD^2E^2=A^2B^2C^2D^2E=A^2BCF=A^2B^2E^2F=A^2DE^2F^2=ACDF=A^2B^2CDF^2=ABCD^2F^2=ABDE^2F=A^2BC^2DEF^2=A^2BC^2=A^2CD^2E^2\mathbf{=C^2F}=A^2BD^2E^2=B^2C^2D^2=BCE^2F=B^2EF=DEF^2=A^2CDE^2F=B^2CDE^2F^2=A^2BCD^2E^2F^2=A^2BDEF=BC^2DF^2$

AC component 與 DE^2 component 完全混淆;AC^2 component 與 EF^2 component 完全混淆;AE component 與 CD^2 component 完全混淆;AE^2 component 與 CF^2 component 完全混淆。故這些 orthogonal component 都不是 clear。

(c)

首先觀察 ME plot 與 2fi's plot



1. 在主效應中，線性效應以 C(遞減)與 D(遞增)較明顯;二次效應以 D 與 E 較明顯。
2. 在二階交互作用中，較明顯的為 BxF、ExF、BxC、CxD、AxE、AxB、AxF。

對 orthogonal component 建立 ANOVA 模型

Model: *Strength~A+C+E+B+D+F+AC+AC^2+AE+AE^2+CD+CE^2+DE*

Analysis of Variance Table

Response: Strength

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
as.factor(A)	2	47.620	23.810	2.8297	0.0766119	.
as.factor(C)	2	39.586	19.793	2.3523	0.1143593	
as.factor(E)	2	80.433	40.216	4.7795	0.0167104	*
as.factor(B)	2	11.822	5.911	0.7025	0.5041863	
as.factor(D)	2	188.037	94.019	11.1736	0.0002913	***
as.factor(F)	2	9.933	4.966	0.5902	0.5611903	
as.factor(AC)	2	17.405	8.703	1.0343	0.3691520	
as.factor(AC2)	2	54.697	27.348	3.2502	0.0543543	.
as.factor(AE)	2	232.711	116.355	13.8282	7.333e-05	***
as.factor(AE2)	2	3.898	1.949	0.2316	0.7947942	
as.factor(CD)	2	61.454	30.727	3.6517	0.0394778	*
as.factor(CE2)	2	4.238	2.119	0.2519	0.7791619	
as.factor(DE)	2	24.141	12.071	1.4345	0.2558124	
Residuals	27	227.187	8.414			

以顯著性排序為：AE>D>E>CD。這四個 component 在 ME plot 與 2fi's plot 都有較明顯的趨勢。不過注意到

D=AB=AF^2=BF

E=BC^2

AE=CD^2

CD=EF

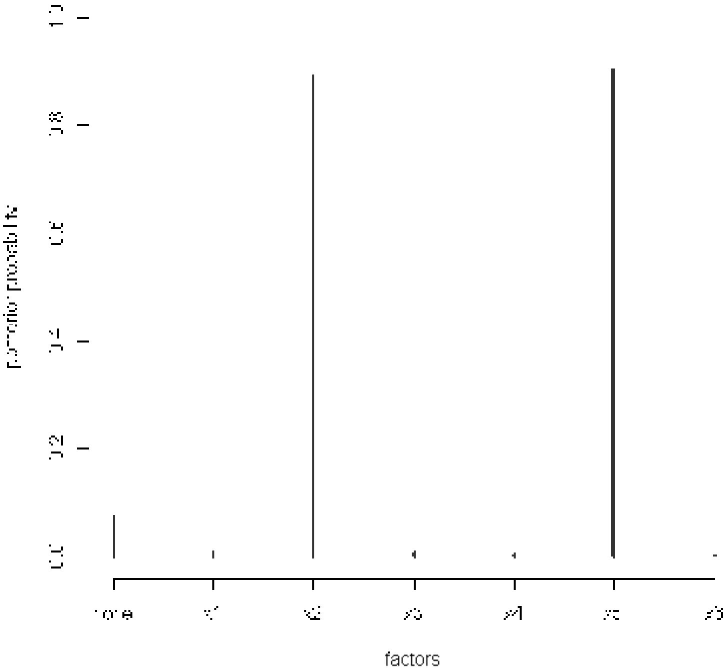
故圖形的趨勢是由很多 component 貢獻出來的。

使用 orthogonal component 會有交互作用不易解釋的問題，因此接著使用 linear-quadratic system 來 modeling 並考慮以下的 Model：

$$Strength \sim A_l + A_q + B_l + B_q + \ldots + (EF)_{qq}$$

即包含所有線性、二次主效應與它們之間所有的兩兩交互作用，一共有 72 個效應。可用的自由度只有 26，故先用 Box and Meyer (1986)介紹的 Bayes plot 來篩選重要因子。

```
 Factor probabilities:
  Factor Code  Prob
1   none none 0.075
2      A   x1 0.009
3      C   x2 0.890
4      E   x3 0.007
5      B   x4 0.004
6      D   x5 0.903
7      F   x6 0.003
```



由 Bayes plot 可知重要的因子為 C 與 D，對照 ANOVA 與圖形亦有此現象。而 ANOVA 中額外顯示了 $E=BC^2=\ldots$這組 joint effect 是顯著的，根據 effect hierarchy principle 這個 joint effect 可能來自 E，故將原設計投影到 C,D,E 上再做分析。此時模型為

$$Strength \sim C_l + C_q + D_l + D_q + E_l + E_q + (CD)_{ll} + (CD)_{lq} + (CD)_{ql} + (CD)_{qq} + \ldots + (DE)_{qq}$$

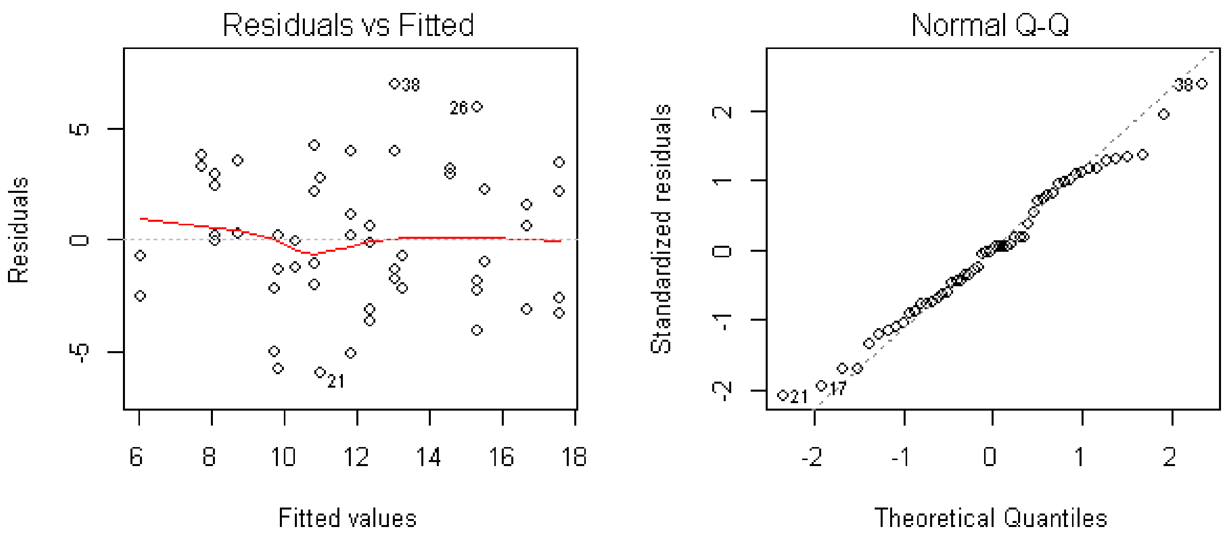
一共 18 個效應。注意到投影在 C,D,E 上的設計是一個 full factorial。配適的結果如下：

```
Call:
lm(formula = Strength ~ P[, sub])

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-5.1852 -1.6956  0.0718  2.0231  4.6620 

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)      12.1574     0.4262  28.524  < 2e-16 ***
P[, sub]C.L      -6.0417     3.1320  -1.929  0.06187 .  
P[, sub]C.Q       1.7561     3.1320   0.561  0.57858    
P[, sub]D.L       8.8333     3.1320   2.820  0.00785 ** 
P[, sub]D.Q      10.4885     3.1320   3.349  0.00195 ** 
P[, sub]E.L      -5.2917     3.1320  -1.690  0.10001    
P[, sub]E.Q       7.2409     3.1320   2.312  0.02679 *  
P[, sub]C.L:D.L  16.0237     3.1320   5.116 1.13e-05 ***
P[, sub]C.Q:D.L  -0.8250     3.1320  -0.263  0.79379    
P[, sub]C.L:D.Q  -2.5927     3.1320  -0.828  0.41339    
P[, sub]C.Q:D.Q   5.4773     3.1320   1.749  0.08909 .  
P[, sub]C.L:E.L   1.4289     3.1320   0.456  0.65106    
P[, sub]C.L:E.Q  -3.2998     3.1320  -1.054  0.29930    
P[, sub]C.Q:E.L  -1.5321     3.1320  -0.489  0.62778    
P[, sub]C.Q:E.Q   0.8845     3.1320   0.282  0.77929    
P[, sub]E.L:D.L  -4.7459     3.1320  -1.515  0.13868    
P[, sub]E.L:D.Q  -3.0347     3.1320  -0.969  0.33924    
P[, sub]E.Q:D.L   2.2686     3.1320   0.724  0.47367    
P[, sub]E.Q:D.Q   2.1603     3.1320   0.690  0.49490    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 

Residual standard error: 3.132 on 35 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6577,	Adjusted R-squared:  0.4817 
F-statistic: 3.737 on 18 and 35 DF,  p-value: 0.0004127
```

由於 ME plot 中有看到 C 線性遞減的趨勢，故將 C_l 也內入模型。保留顯著的效應與 C_l 得到以下的 model

```
Call:
lm(formula = Strength ~ P[, "C.L"] + P[, "D.L"] + P[, "D.Q"] + 
    P[, "E.Q"] + P[, "C.L:D.L"])

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-5.9815 -2.2054  0.0428  2.3501  6.9282 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)    12.1574     0.4256  28.568  < 2e-16 ***
P[, "C.L"]     -6.0417     3.1273  -1.932  0.05928 .  
P[, "D.L"]      8.8333     3.1273   2.825  0.00688 ** 
P[, "D.Q"]     10.4885     3.1273   3.354  0.00156 ** 
P[, "E.Q"]      7.2409     3.1273   2.315  0.02491 *  
P[, "C.L:D.L"] 16.0237     3.1273   5.124 5.28e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 

Residual standard error: 3.127 on 48 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.532,	Adjusted R-squared:  0.4833 
F-statistic: 10.91 on 5 and 48 DF,  p-value: 4.744e-07
```

此 fitted model 的 R^2=0.532，並不算高。但由於可用自由度遠大過需要瞭解的效應個數，效應之間會產生 complex aliasing，故寧可採取保守一點的策略，以免將『誤差』解釋成『規律』。檢視 residual plot 亦無違背 linear model 假設的跡象。



故 final fitted model 爲

$$Strength = 12.157-6.041*C_l+8.833*D_l+10.488*D_q+7.240*E_q+16.023*(CD)_{ll}$$

注意到這些係數正負號與 ME plot 的趨勢都是吻合的。

(d)

Larger-the-better 的 response 通常較難最大化 E(y)，故會先採取 maximize E(y)之後再找 adjustment factor 來 minimize var(y)。由於每個設定有 2 個重複點，因此可用來瞭解 var(y)的資訊。

(e)

比較所有 27 種(C,D,E)水準組合的 Strength 預測值後，發現在(C,D,E)=(2,2,0)時 Strength 有最大的預測值 19.921，但此設定下兩個重複點的變異爲 18。而次大的預測值 18.685 是發生在(C,D,E)=(0,0,0)，此時兩個重複點的變異爲 0.5。故推薦(A,B,C,D,E,F)=(0,0,0,0,0,0)的設定來達到目標。

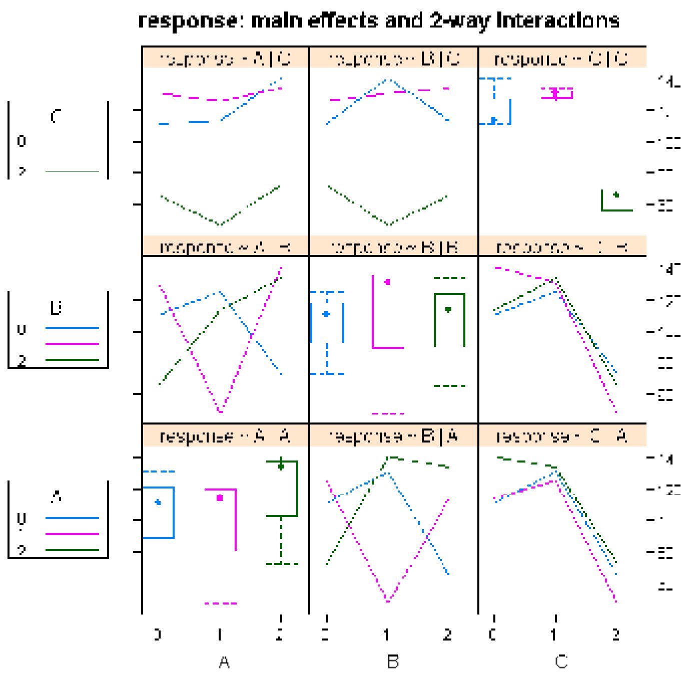
10.

(a)

將 defining relation 與所有的 alias sets 列出如下：

$$I=ABC^2$$
$$A=AB^2C=BC^2$$
$$B=AB^2C^2=AC^2$$
$$C=AB=ABC$$
$$AB^2=BC=AB^2C$$

Location Analysis



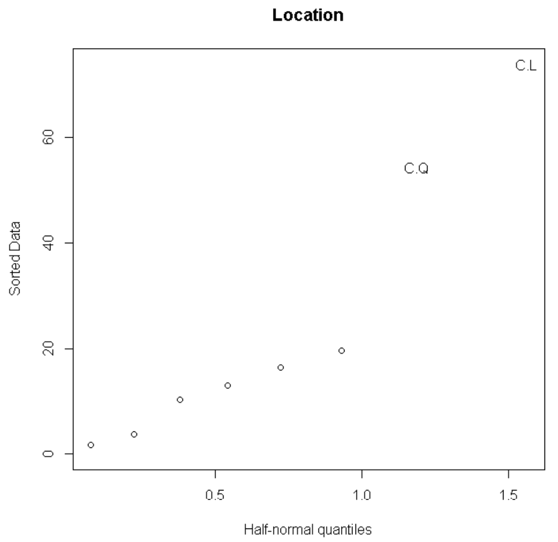
1. C 有大的遞減線性效應與邊際影響由正到負的二次效應。由於 C 與 AB component 完全混淆，因此在 AxB 的交互作用圖形中亦會出現有交互作用的趨勢。
2. AxC 交互作用不明顯。
3. BxC 可能有$(BC)_{ql}$的效應。
4. A 有一遞增的線性效應。
5. B 有一邊際影響由正到負的二次效應，線性效應不明顯。

Model: *location~A+B+C+AB*^{2} 之 ANOVA table 如下：

```
Analysis of Variance Table

Response: response
                         Df Sum Sq Mean Sq F
as.factor(A)              2  652.9   326.4
as.factor(B)              2   16.5     8.2
as.factor(C)              2 8419.2  4209.6
as.factor((A + 2 * B)%%3) 2  269.4   134.7
Residuals                 0    0.0
```

1. C 的主效應造成的變異特別大。(可能來自於 AB component)
2. A 的主效應造成的變異次之。(可能來自於 BC^2 component)
3. B 的主效應造成的變異特別小。(AC^2 component 應也是如此)

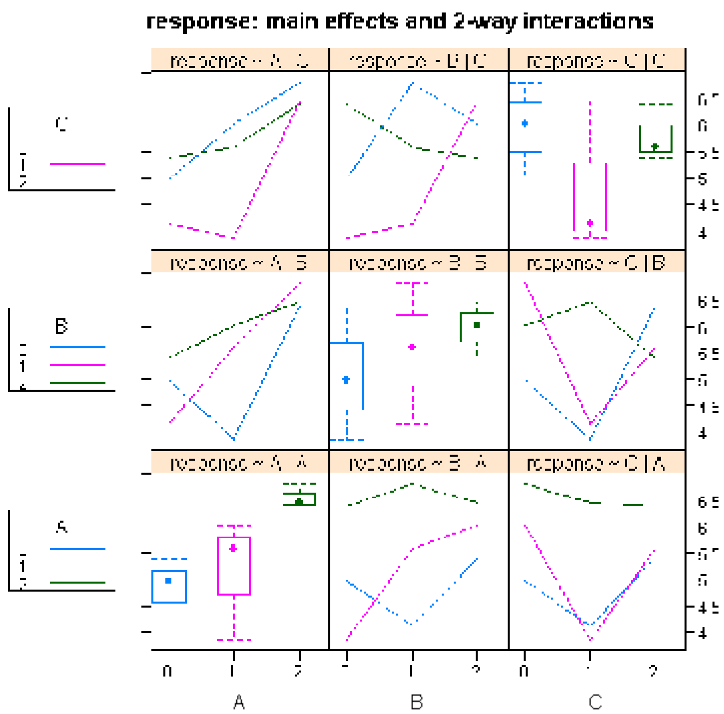
Model: $location\sim A_l+A_q+B_l+B_q+C_l+C_q+(AB^2)_l+(AB^2)_q$ 之 halfnormal plot 如下：



1. C 的線性效應與二次效顯著(可能來自於 AB component)

由上述分析結果可知，因子 C 看似是影響 Push-Off Force 的一個很重要的因子。但由於C的主效應與AB component完全混淆，故無法得知該影響是由何者而來。若加入 effect hierarchy principle，則會認爲該影響主要來自於 C，且其造成的是遞減線性效應與邊際影響由正到負的二次效應，也就是說如果要最大化 Push-Off Force，C 的設定應爲 1.2%。同理在此假設下，第二影響力的效應爲 A，其造成一遞增線性效應。因子 B 對反應值的影響可能不是透過主效應，而是透過交互作用。

Dispersion Analysis



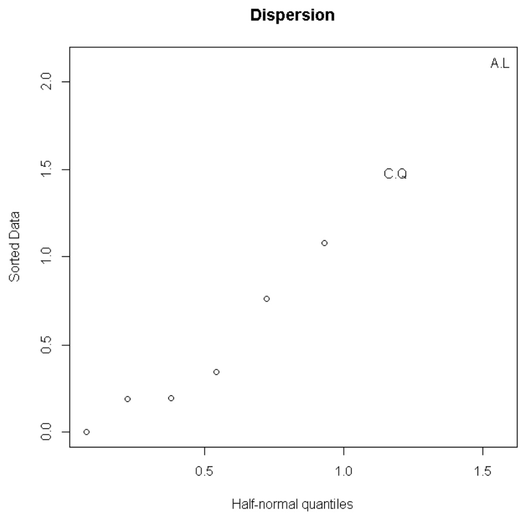
1. A 有一明顯的遞增線性效應。由於 A 與 BC^2 component 完全混淆，因此在 BxC 的交互作用圖形中亦會出現有交互作用的趨勢。
2. C 有一明顯的邊際影響由負到正的二次效應，以及較小的遞減線性效應。由於 C 與 AB component 完全混淆，因此在 AxB 的交互作用圖形中亦會出現有交互作用的趨勢。
3. B 有一較小的遞增線性效應。
4. AxC 交互作用不明顯。(注意 B 與 AC^2 混淆)

Model: *dispersion~A+B+C+AB*^{2} 之 ANOVA table 如下：

```
Analysis of Variance Table

Response: response
                       Df Sum Sq Mean Sq F
as.factor(A)            2 5.0403 2.52015
as.factor(B)            2 1.1649 0.58245
as.factor(C)            2 2.2360 1.11801
as.factor((A + 2 * B)%%3)  2 0.1508 0.07538
Residuals               0 0.0000
```

1. A 造成的變異最大。(可能來自於 BC^2 component)
2. C 造成的變異次之。(可能來自於 AB component)
3. AB^2 component 造成的變異特別小。

Model: *dispersion~*$A_l+A_q+B_l+B_q+C_l+C_q+(AB^2)_l+(AB^2)_q$ 之 halfnormal plot 如下：



1. 效應幾乎落在一直線上，無法說明有顯著效應。

由上述分析結果可知，因子 A 看似是影響製程變異的一個很重要的因子。但由於 A 的主效應與 BC^2 component 完全混淆，故無法得知該影響是由何者而來。若加入 effect hierarchy principle，則會認爲該影響主要來自於 A，且其造成的是明顯的遞增線性效應，也就是說若要最小化製成變異，應將 A 設定在 0.3 seconds。同理在此假設下，第二影響力的效應爲 C，其造成一邊際影響由負到正的二次效應，以及遞減線性效應。因子 B 對反應值的影響可能不是透過主效應，而是透過交互作用。但要注意的是 halfnormal plot 並無檢測出顯著效應，故圖形上的趨勢有可能只代表隨機誤差。

(b)

由(a)可知只有一個 alias set 不包含主效應，因此在 effect hierarchy principle 之下，只有該 alias set 的 joint effect 可歸因於交互作用，可估計的自由度為 2。

Location Analysis

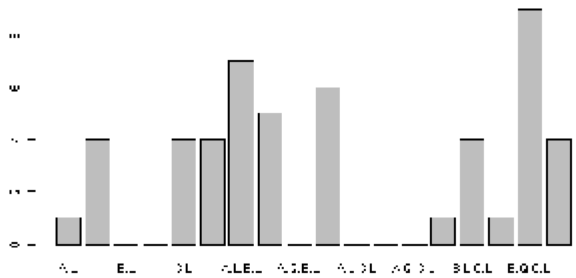
Model: $location \sim C_l + C_q$

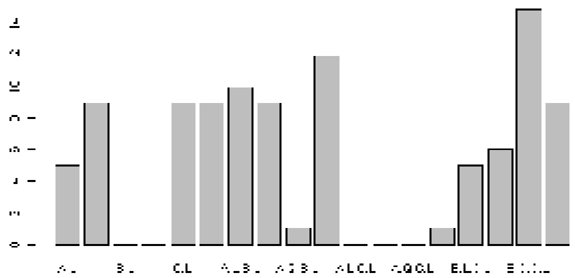
```
Call:
lm(formula = location ~ C.L + C.Q, data = data.frame(P))

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-14.7000  -8.2400   0.7933   3.9533  19.1000 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)   104.61       4.17  25.089 2.64e-07 ***
C.L           -73.90      12.51  -5.908  0.00105 ** 
C.Q           -54.39      12.51  -4.348  0.00483 ** 
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 

Residual standard error: 12.51 on 6 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8997,    Adjusted R-squared:  0.8662 
F-statistic:  26.9 on 2 and 6 DF,  p-value: 0.00101
```

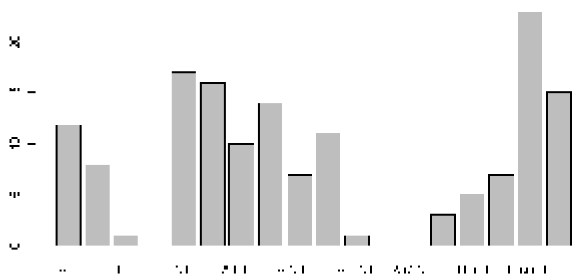
此 model 之 R^2=0.899，表示兩個效應就解釋了 location 89.9%的變異。此兩效應在 ME plot 上的趨勢也很明顯，但這可能是與 AxB 交互作用混淆的結果。接著從

Model: $location \sim A_l + A_q + \ldots + (BC)_{qq}$

來做 model selection，準則使用 BIC，分別挑出前 10、20、30 好的模型並統計各個效應出現的頻率如下







可觀察到 C 的效應與 AxB 交互作用出現的頻率一個多另一個就少，這就是因為 orthogonal component 上的完全混淆傳遞到 linear-quadratic system 上造成 complex aliasing 所導致。特別注意到$(BC)_{ql}$一直都被選入模型中，且 interaction plot 上也有這個效應的趨勢，故取 fitted model 為

```
Call:
lm(formula = location ~ C.L + C.Q + B.Q:C.L, data = data.frame(P))

Residuals:
      1       2       3       4       5       6       7       8       9
-2.4100  0.7933 -4.6500 -4.7467  2.2000  0.2100  2.4500  2.2000  3.9533

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  104.609      1.349   77.52 6.77e-09 ***
C.L          -73.901      4.048  -18.25 9.07e-06 ***
C.Q          -54.386      4.048  -13.43 4.09e-05 ***
C.L:B.Q       87.815     12.145    7.23 0.000789 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.048 on 5 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9912,    Adjusted R-squared:  0.986
F-statistic: 188.7 on 3 and 5 DF,  p-value: 1.457e-05
```

此 model 符合 effect heredity 的假設，R^2=0.991，表示這三個效應即可解釋 location 99.1%的變異。注意到效應估計值的正負號與 ME plot 上一致。取 final fitted model 爲

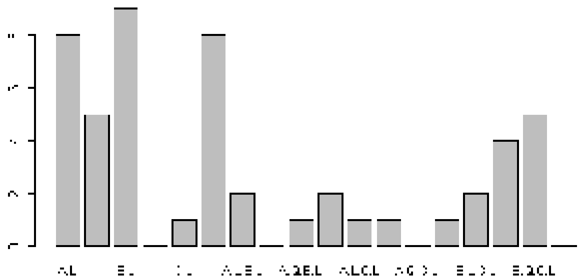
$$\text{location} = 104.609-73.901*C_l-54.386*C_q+87.815*(BC)_{ql}$$

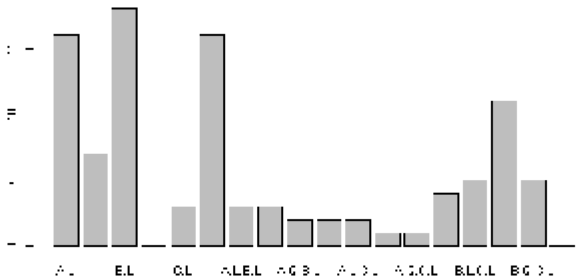
Dispersion Analysis

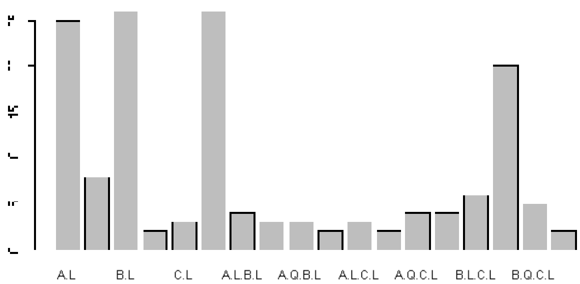
從

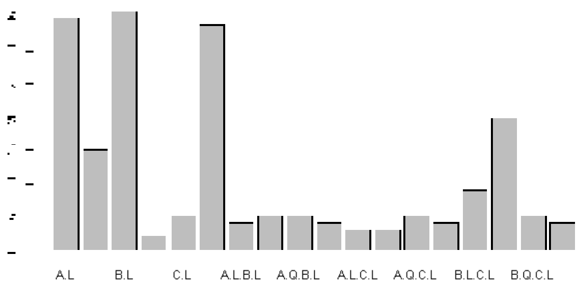
$$\text{Model: } dispersion \sim A_l+A_q+\ldots+(BC)_{qq}$$

來做 model selection，準則使用 BIC，分別挑出前 10、20、30、40 好的模型並統計各個效應出現的頻率如下









可觀察到 A_l、B_l、C_q 出現的頻率一直都很高，而其他的效應出現頻率較不穩定，故取 fitted model 爲

```
Call:
lm(formula = dispersion ~ A.L + B.L + C.Q, data = data.frame(P))

Residuals:
       1        2        3        4        5        6        7
 0.41248  0.18093 -0.05614 -0.51759 -0.27753 -0.27941  0.10623  (

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   5.5152     0.1302  42.368 1.38e-07 ***
A.L           2.1126     0.3905   5.410  0.00292 **
B.L           1.0793     0.3905   2.764  0.03966 *
C.Q           1.4838     0.3905   3.799  0.01264 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.3905 on 5 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9112,	Adjusted R-squared:  0.858
F-statistic: 17.11 on 3 and 5 DF,  p-value: 0.004626
```

此 fitted model 的估計值正負號與 ME plot 上一致，且解釋了 dispersion 91.12%的變異，故取 final fitted model 爲

$$\text{dispersion} = 5.515+2.112*A_l+1.079*B_l+1.483*C_q$$

(c)

要從 final fitted model

$$\text{location} = 104.609-73.901*C_l-54.386*C_q+87.815*(BC)_{ql}$$

$$\text{dispersion} = 5.515+2.112*A_l+1.079*B_l+1.483*C_q$$

來找出使得 location 大且 dispersion 小的設定。將所有 27 個設計點帶入 final fitted model 可得

	A	B	C	y_hat	log(s^2)_hat
1	0	0	0	118.07626	4.964811
2	1	0	0	118.07626	5.462750
3	2	0	0	118.07626	5.960690
4	0	1	0	107.72716	5.219204
5	1	1	0	107.72716	5.717144
6	2	1	0	107.72716	6.215084
7	0	2	0	118.07626	5.473598
8	1	2	0	118.07626	5.971538
9	2	2	0	118.07626	6.469477
10	0	0	1	119.41087	4.359070
11	1	0	1	119.41087	4.857009
12	2	0	1	119.41087	5.354949
13	0	1	1	119.41087	4.613463
14	1	1	1	119.41087	5.111403
15	2	1	1	119.41087	5.609342
16	0	2	1	119.41087	4.867857
17	1	2	1	119.41087	5.365796
18	2	2	1	119.41087	5.863736
19	0	0	2	83.23894	4.964811
20	1	0	2	83.23894	5.462750
21	2	0	2	83.23894	5.960690
22	0	1	2	72.88985	5.219204
23	1	1	2	72.88985	5.717144
24	2	1	2	72.88985	6.215084
25	0	2	2	83.23894	5.473598
26	1	2	2	83.23894	5.971538
27	2	2	2	83.23894	6.469477

1. 先 maximize y_hat，落在第 10 到 18 run。
2. 從 10~18 run 挑一個使得 dispersion 最小的設定。

當(A,B,C)=(0,0,1)時，location=119.410，dispersion=4.359，推薦的設定即爲(0,0,1)。